TEMA 2.- LLEIS DE NEWTON

2.1 Enunciats de les tres lleis

L'objectiu principal de la Dinàmica és estudiar els mecanismes que intervenen en el moviment dels cossos. Per fer-ho necessitem entendre quina es la causa del moviment. Perquè cauen els objectes cap al Terra? Perquè rebota una pilota? Perquè "cauen" els llamps? Perquè esclata la bomba atòmica?

Conèixer els fenòmens que donen origen als moviments es fonamental per la comprensió del funcionament de la naturalesa. Newton (1642-1727) va introduir el concepte de força per descriure qualsevol tipus de moviment. Aquest concepte permet interpretar el moviment a partir de tres lleis bàsiques.

Primera llei de Newton:

Un cos en repòs es mantindrà en repòs i un cos en moviment mantindrà el seu moviment en línia recta i a velocitat constant quan la suma de les forces externes que actuïn sobre ell és zero.

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{v} = 0$$

Segona llei de Newton:

Qualsevol canvi en el moviment d'un cos és proporcional a la força que actua sobre el cos i en la direcció de la recta on s'aplica la força

Una altra manera d'enunciar-lo es a partir de la quantitat de moviment P = Mv. La variació respecte el temps de la quantitat de moviment d'un cos es proporcional a la força que actua sobre aquest cos.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(M\vec{v}\right) = M\frac{d\vec{v}}{dt} = M\vec{a}$$

Quan la massa es mesura en quilograms i l'acceleració en metres/segon^2 les unitats en que mesurem la força son Newtons.

$$1\text{N} = \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Definició

Un Newton és la força que aplicada a una massa de 1 kg produeix una acceleració de 1 m/s^2.

Tercera llei de Newton:

Sempre que dos cossos interaccionen entres ells la força F_{21} és igual i oposada a la força F_{12}.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

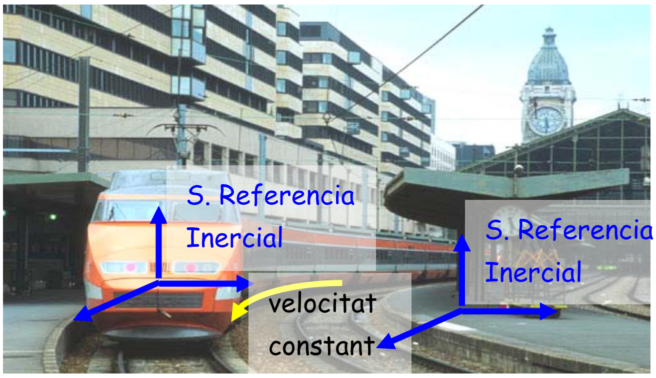
Imaginem els dos cossos units per una barra de massa menyspreable. Si F12 > F21 hi ha una força neta que impulsa el sistema en el sentit de la força neta resultant. De manera que obtenim una acceleració sense cap força externa aplicada, en contra de la primera llei de Newton. Si F12 < F21 obtenim el mateix però en sentit contrari. La única condició compatible amb la primera llei és que les forces siguin iguals en mòdul i aplicades en sentit contrari.

2.2 Anàlisi de les lleis de Newton

Primera llei

Podem observar que la Primera llei de Newton és una conseqüència directa de la Segona llei, doncs per F = 0 obtenim a = 0 i per tant la velocitat és constant. Perquè posem aquest enunciat apart de la Segona llei?. La resposta és que en la Primera llei hi ha implícit un principi important de la física, el Sistema de Referència Inercial (SRI). El significat de la Primera llei es que si sobre un cos no actuen forces externes, existeix un sistema de referència on estarà en repòs. Per altre banda si un cos està en repòs en un sistema de referència, existeix un conjunt de sistemes de referència on el cos tindrà velocitat constant. A tots aquests sistemes de referència se'ls anomena Sistemes de Referència Inercials.

Potser encara no tenim clar que és un SRI, però els utilitzem sovint en la nostra vida quotidiana. Quan comprem un bitllet de tren, ho fem en el que podem anomenar sistema de referència de l'estació. Al pujar al tren canviem de sistema de referència i ens posem en el sistema de referència del tren. Quan el tren es comença moure, ho fa molt lentament, de manera que no notem el moviment doncs la velocitat es manté gairebé constant, en aquest instant si observem l'estació sembla que sigui l'estació la que es mou i no pas nosaltres. Això es així, perquè el sistema de referència de l'estació i el tren son sistemes de referència inercials.

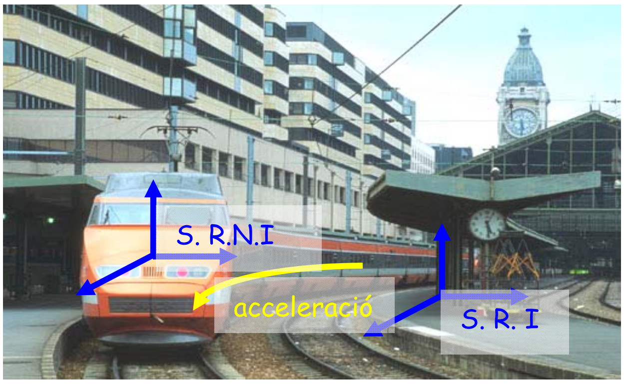


Segona llei

La segona llei de Newton només és vàlida en sistemes de referència inercials, es a dir, en sistemes de referència no accelerats. Seguint l'exemple del sistema tren-estació, quan el tren augmenta la seva velocitat ho fa amb una determinada acceleració i la notem per l'efecte del seient sobre nosaltres, si estem drets, ens hem d'agafar per no caure. Observem doncs que la nostra experiència quotidiana ens indica que si ens volem mantenir en repòs dins un sistema de referència accelerat hem d'aplicar alguna força.

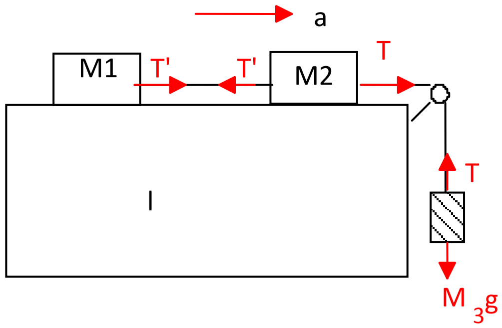
Podem imposar que la segona llei és vàlida en un sistema de referència accelerat si introduïm el concepte de força fictícia, que depèn de l'acceleració del sistema de referència. S'ha d'entendre que les forces fictícies no són produïdes per cap agent físic, però per els observadors en el sistema de referència accelerat semblen tant reals com les altres.

Considerem l'estació com un sistema de referència inercial i el tren com un sistema de referència accelerat. Si deixem caure una pilota dins el tren, respecte el sistema inercial de l'estació la pilota es veurà que cau verticalment al terra, però dins el tren la pilota cau en sentit contrari al moviment del tren. Quina força impulsa la pilota en aquesta direcció? La resposta la trobem en les forces fictícies. Es l'acceleració del tren que produeix aquesta desviació en el moviment de la pilota.



Tercera llei

Considerem el següent exemple d'aplicació de acció-reacció determinant la acceleració del sistema.



$$\left.\begin{aligned} M_3 g - T &= M_3 a \\ T - T' &= M_2 a \\ T' &= M_1 a \end{aligned}\right\} \rightarrow \; M_3 g - M_1 a - M_2 a = M_3 a \;\rightarrow\; a = \frac{M_3}{M_1 + M_2 + M_3} g$$

2.3 Forces fictícies

Les lleis de Newton sols són vàlides per sistemes de referència inercials. Quan l'acceleració d'una partícula es mesura en relació a un sistema de referència que a la vegada està accelerat respecte un sistema de referència inercial (S.R.I), la força resultant no es igual al producte de la massa per l'acceleració.

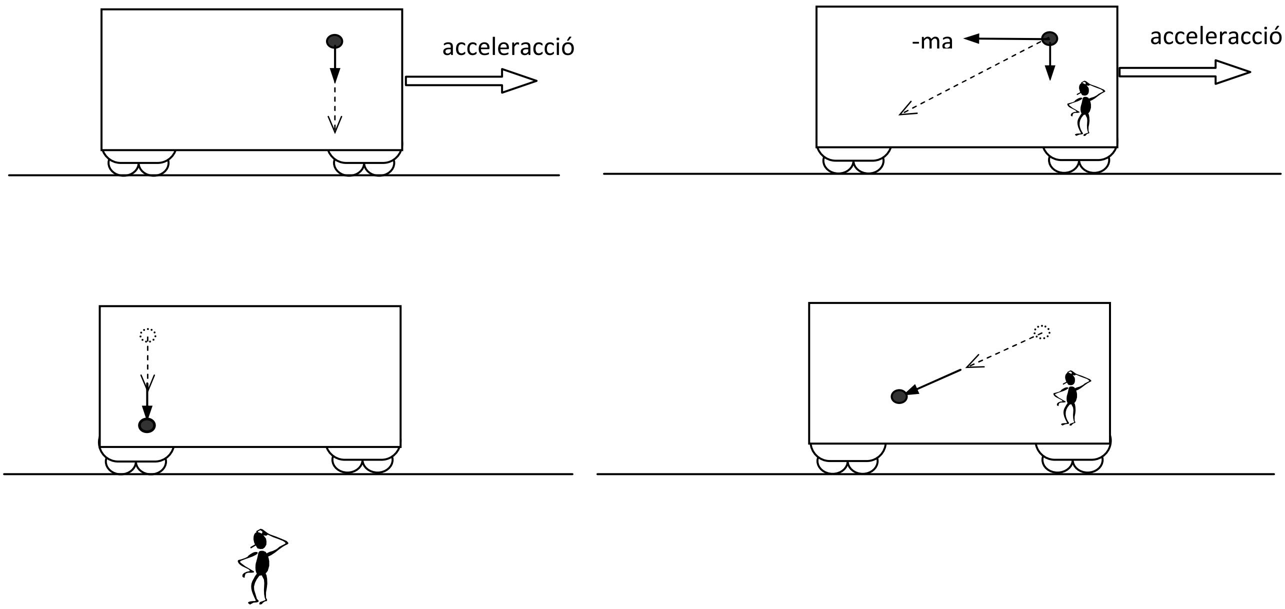
En alguns casos un objecte pot estar en repòs en relació amb un sistema de referència no inercial i en canvi sobre el cos pot actuar una força no equilibrada. En altres casos pot no actuar cap força, però es troba accelerat respecte el sistema.

Podem imposar que la segona llei de Newton és correcte en el Sistema de Referència No Inercial (S.R.N.I) si introduïm forces fictícies, que depenen de l'acceleració del S.R.N.I.

S'ha d'entendre que aquestes forces no son produïdes per cap agent físic, però per els observadors les forces fictícies semblen tant reals com les altres. Un exemple és la força centrífuga que apareix en els sistemes en rotació.

Exemples de forces fictícies

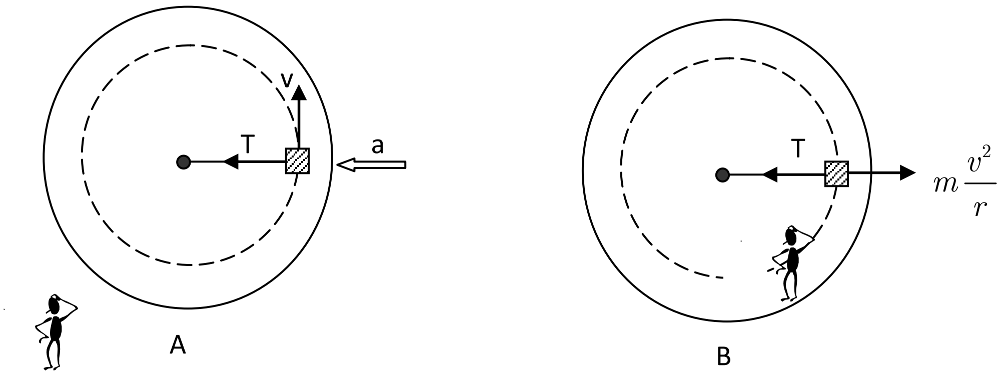
- **Vagó de tren:** Considerem un vagó de tren accelerat com el S.R.N.I i l'estació com el S.R.I. Si es deixa caure una pilota dins el vagó, l'observador (B) dins del tren la veurà que cau en sentit contrari al moviment del tren, en canvi respecte l'estació l'observador (A) observarà que cau verticalment.



(A) L'observador de l'estació veurà caure la pilota verticalment, mentre el tren es desplaça cap a la dreta amb acceleració a.

(B) L'observador de dins el vagó veurà caure la pilota capa avall i a l'esquerra (sentit contrari del moviment) del vagó. L'explicació que dona aquest observador per poder mantenir que la segona llei de Newton és correcte es que actua una força fictícia - m a .

- **Sistema en Rotació:** Considerem el cas d'una plataforma giratòria



A) L'observador situat en un S.R.I considera que la massa m es mou en un cercle amb velocitat v i es troba accelerada cap el centre del cercle. Aquesta acceleració centrípeta vindrà donada per la força no equilibrada de la tensió T de la corda que subjecta la massa.

B) L'observador situat sobre la plataforma giratòria es troba en un S.R.N.I i considera la massa immòbil, està en repòs i per tant no s'accelera. Hi ha però la tensió T de la corda que no es troba equilibrada, si vol emprà la segona llei de Newton

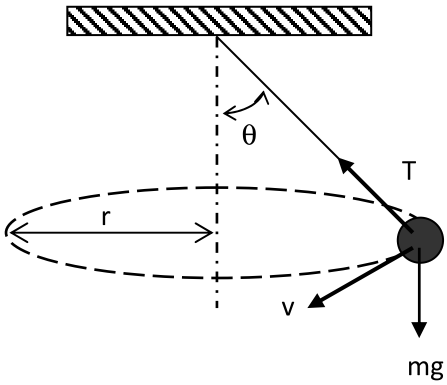
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

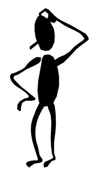
tindrà que introduir una força fictícia de magnitud

$$m\frac{v^2}{r}$$

radial i cap enfora, equilibrant la tensió de la corda. Aquesta força fictícia s'anomena força centrífuga

- **Exemple del pèndol cònic** : Determinem la velocitat que ha d'assolir un pèndol cònic per mantenir-se girant en un cercle.

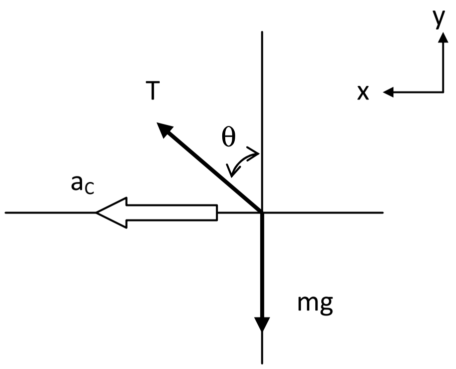




Resolem el problema des de el S.R.I, en aquest sistema observem la força centrípeta que

accelera el pèndol cap el centre.

Efectuem un diagrama de forces:



$$\begin{cases} \sum F_x = m\dfrac{v^2}{r} \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T\sin\theta = m\dfrac{v^2}{r} \\ T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

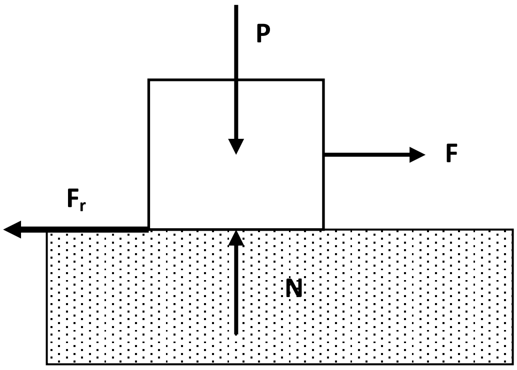
Obtenim de la segona equació el valor de la tensió i substituint a la primera determinarem la velocitat.

$$T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{m\,v^2/r}{mg} = \frac{v^2}{rg} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

2.4 Forces de fregament

Sempre que hi han dos cossos en contacte, apareix una resistència que s'oposa al moviment relatiu dels cossos entre si. La força que actua en aquest cas es la força de fregament.



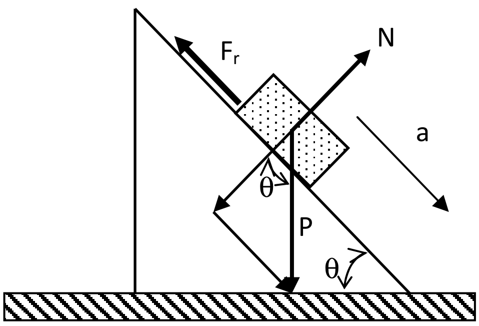
La força de fregament es una conseqüència de les rugositats de les superfícies en contacte i dels enllaços microscòpics entre les molècules. Amb tot això, l'experiència ens indica que la força de fregament compleix les següents característiques:

a) Es paral·lela a la superfície de contacte.
b) Es proporcional a la força Normal (N) que entre superfícies.
c) Es aproximadament independent de la velocitat de lliscament.
d) Depèn de la naturalesa de les superfícies en contacte.
e) Sempre s'oposa al moviment.
f)

Una de les propietats mes importants es la (b) que ens dona una relació escalar entre la força de fregament i la Normal, amb una constant de proporcionalitat que anomenem coeficient de fregament i el denotem per la lletra grega μ.

$$F_r = \mu N$$

➢ **Exemple del pla inclinat:** Determinem l'acceleració d'una massa m lliscant sobre una superfície inclinada. Plantegem la segona llei de Newton en una direcció paral·lela i en un altre perpendicular al pla inclinat i tenim en compte la relació entre la força de fregament i la normal.

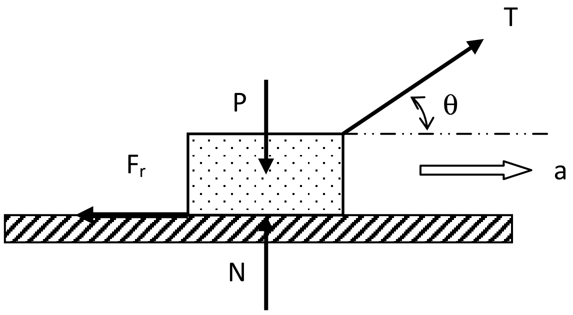


$$\left.\begin{aligned} \nearrow \quad N - mg\cos\theta &= 0 \\ \searrow \quad mg\sin\theta - F_r &= ma \\ F_r &= \mu N \end{aligned}\right\}$$

Substituïm la força de fregament i coneixent el valor de la normal, obtenim

$$ma = mg\sin\theta - \mu N$$
$$ma = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$$
$$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

- **Exemple de la normal:** Un cos de massa m s'estira amb una corda inclinada un angle θ respecte el terra (vegeu la figura). Determineu la el valor de la normal.



$$\left.\begin{array}{r} \rightarrow \quad T\cos\theta - F_r = ma \\ \uparrow \quad T\sin\theta + N - mg = 0 \\ F_r = \mu N \end{array}\right\} \rightarrow \quad T = \frac{ma+\mu N}{\cos\theta} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{ma+\mu N}{\cos\theta}\right)\sin\theta + N = mg$$

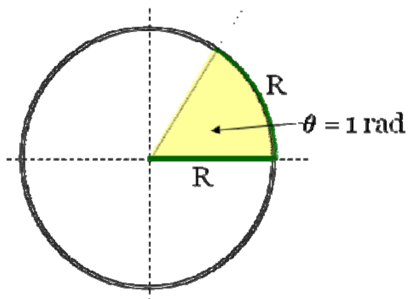
$$N(1+\mu\tan\theta) + mg\tan\theta = mg \quad \rightarrow \quad N = \frac{m(g - a\tan\theta)}{1+\mu\tan\theta}$$

2.5 Rotació

Quan la força que actua sobre un cos té la mateixa direcció que la velocitat, el moviment succeeix en una línia recta. Per produir un moviment curvilini la força a de formar un angle amb la velocitat i per tractar aquests casos es necessari introduir nous conceptes, com el de radiant, moment i moment angular.

Radiant

Un radiant és la mesura d'un angle amb la longitud d'arc igual al radi amb que ha sigut traçat l'arc.



En el cas que l'angle θ sigui de 1 radiant obtenim la relació entre l'arc i el radi

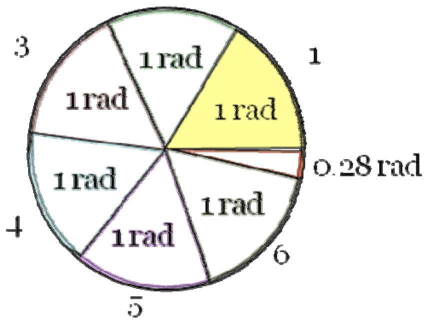
$$S = R$$

En el cas que l'angle θ sigui de 2 radiants obtindrem la relació entre l'arc i el radi

$$S = 2\,R$$

En el cas que l'angle θ sigui de θ radiants obtenim la relació general

$$S = \theta R$$



1 circumferència completa : 2 π rad

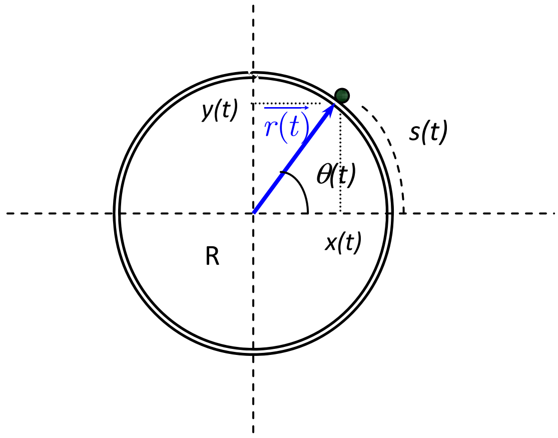
2.5.1 MOVIMENT AMB TRAJECTÒRIA CIRCULAR

Volem estudiar el moviment d'una partícula que es mou amb una trajectòria circular.

Suposem que la trajectòria que descriu un punt P és una circumferència de radi R.

Podem considerar varies formes de localitzar la posició de la partícula en cada instant:

- A través del vector de posició $\overrightarrow{r(t)} = x(t)\cdot\hat{i} + y(t)\cdot\hat{j}$ referit a un sistema de referència rectangular amb origen al centre de la circumferència.
- Mitjançant el camí recorregut per sobre de la circumferència, ***s(t)*** .
- O bé, mitjançant l'angle en que s'observa la posició de la partícula des del centre de la circumferència en cada instant , ***θ(t)*** .



La forma més còmoda d'estudiar el moviment en trajectòria circular és amb el **desplaçament angular *θ(t)*.**

Observem les relacions entre les components del vector de posició $\overrightarrow{r(t)} = x(t)\cdot\hat{i} + y(t)\cdot\hat{j}$, i el desplaçament angular:

$$\begin{cases} x = R\cdot\cos\theta \\ y = R\cdot\sin\theta \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} R = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = arctg\dfrac{y}{x} \end{cases}$$

La relació entre el desplaçament angular $\theta(t)$ i el desplaçament per la trajectòria *s(t)* , per definició de la unitat de mesura d'angles en el S.I. (radià), és:

$$s = R\cdot\theta$$

Estudiar el moviment de la partícula P a través de les magnituds angulars simplifica l'estudi al del moviment unidimensional .

Definim :

- ***velocitat angular*** , de la mateixa manera que vam definir la velocitat instantània en una dimensió:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \qquad (\text{ rad/s})$$

- ***acceleració angular*** :

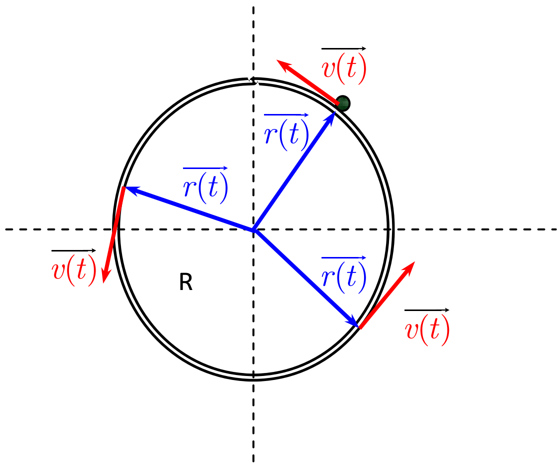
$$\alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \qquad (\text{ rad/s}^2\text{ })$$

Observem que el mòdul del vector de posició de la partícula és sempre el mateix, llavors com hem demostrat anteriorment, el vector velocitat

$$\overrightarrow{v(t)} = v_x(t)\cdot\hat{i} + v_y(t)\cdot\hat{j} = \frac{dx(t)}{dt}\cdot\hat{i} + \frac{dy(t)}{dt}\cdot\hat{j}$$

en cada punt és perpendicular al vector de posició. Aquesta deducció és lògica , ja que el vector de posició coincideix sempre amb el radi de la circumferència descrita i el vector velocitat sempre és tangent a la trajectòria.

Ara ja sabem quina és la direcció del vector velocitat en cada punt de la seva trajectòria i ens interessa saber quin serà el seu mòdul.



De la relació entre el desplaçament *s(t)* i el desplaçament angular $\theta(t)$ ho podem deduir:

$$v = \left|\overrightarrow{v(t)}\right| = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[R\cdot\theta(t)\right] = R\cdot\frac{d\theta(t)}{dt} = R\cdot\omega$$

En un moviment circular el vector velocitat sempre canvia, ja que en cas de que el seu mòdul sigui constant, la seva direcció està variant contínuament. Per aquesta raó sempre hem de parlar d'acceleració en un moviment circular.

Una forma de calcular-la seria derivant el vector velocitat:

$$a(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}\cdot\hat{i} + \frac{dv_y(t)}{dt}\cdot\hat{j} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\cdot\hat{i} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\cdot\hat{j} = a_x\cdot\hat{i} + a_y\cdot\hat{j}$$

Però aquestes component no tenen sentit físic interessant.

Més interessant serà trobar un valor de l'acceleració que ens digui com canvia el mòdul del vector velocitat i un altre valor de l'acceleració que ens indica la forma en que canvia la direcció del vector velocitat.

2.5.2 COMPONENTS TANGENCIAL I NORMAL DE L'ACCELERACIÓ

Com el vector velocitat és sempre tangencial a la trajectòria ,podem definir un vector unitari en la direcció de la tangent:

$$\hat{\tau} = \frac{\overrightarrow{v(t)}}{\left|\overrightarrow{v(t)}\right|}$$

Podem escriure: $\overrightarrow{v(t)} = \left|\overrightarrow{v(t)}\right|\cdot\hat{\tau} = \frac{ds(t)}{dt}\cdot\hat{\tau}$

El vector unitari en la direcció de la tangent , $\hat{\tau}$, és un vector de mòdul contant, però la seva direcció canvia en el temps, canvi que és més ràpid quan més ràpid es mogui el punt P.

Com sabem la derivada d'un vector de mòdul constant és un altre vector perpendicular a ell, en aquest cas serà un vector en la direcció del radi (normal a la trajectòria):

$$\frac{d\hat{\tau}}{dt} \quad \text{vector} \quad \perp \quad \text{a} \quad \hat{\tau}$$

El canvi de direcció de $\hat{\tau}$ depèn de dues coses :

- La rapidesa del moviment
- El valor del radi de curvatura (radi de la trajectòria circular, R)

Podem escriure llavors que $\frac{d\hat{\tau}}{dt}$ és proporcional a la velocitat del moviment , v , i és inversament proporcional al radi de la trajectòria:

$$\frac{d\hat{\tau}}{dt} = \frac{\left|\overrightarrow{v(t)}\right|}{R} \cdot \hat{n}$$

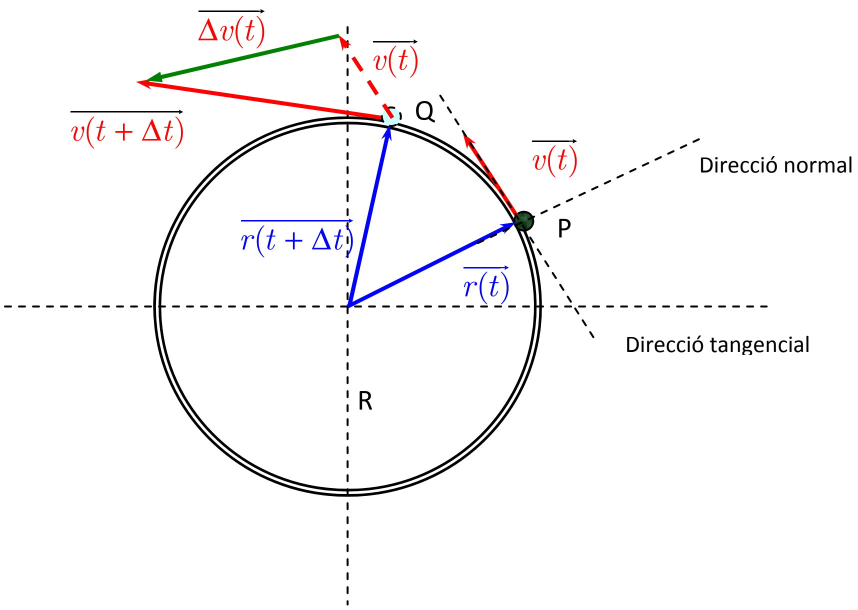
Podem ara determinar l'acceleració del punt P en funció de les seves components en la direcció de la tangent i en la direcció de la normal:

$$\overrightarrow{a(t)} = \frac{d}{dt}\left[\overrightarrow{v(t)}\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{ds(t)}{dt}\cdot\hat{\tau}\right] = \left(\frac{d}{dt}\frac{ds(t)}{dt}\right)\cdot\hat{\tau} + \frac{ds(t)}{dt}\cdot\frac{d\hat{\tau}}{dt} =$$

$$\left(\frac{d}{dt}\left|\overrightarrow{v(t)}\right|\right)\cdot\hat{\tau} + \left(\frac{ds(t)}{dt}\right)\cdot\frac{\left|\overrightarrow{v(t)}\right|}{R}\cdot\hat{n} = \left(\frac{d}{dt}\left|\overrightarrow{v(t)}\right|\right)\cdot\hat{\tau} + \left|\overrightarrow{v(t)}\right|\cdot\frac{\left|\overrightarrow{v(t)}\right|}{R}\cdot\hat{n} = \frac{d\left|\overrightarrow{v(t)}\right|}{dt}\cdot\hat{\tau} + \frac{v^2}{R}\cdot\hat{n}$$

Sabem que: $v = \left|\overrightarrow{v(t)}\right| = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[R\cdot\theta(t)\right] = R\cdot\frac{d\theta(t)}{dt} = R\cdot\omega$

I per tant: $\frac{d\left|\overrightarrow{v(t)}\right|}{dt} = \frac{d}{dt}\left[R\cdot\omega(t)\right] = R\cdot\frac{d\omega(t)}{dt} = R\cdot\alpha$

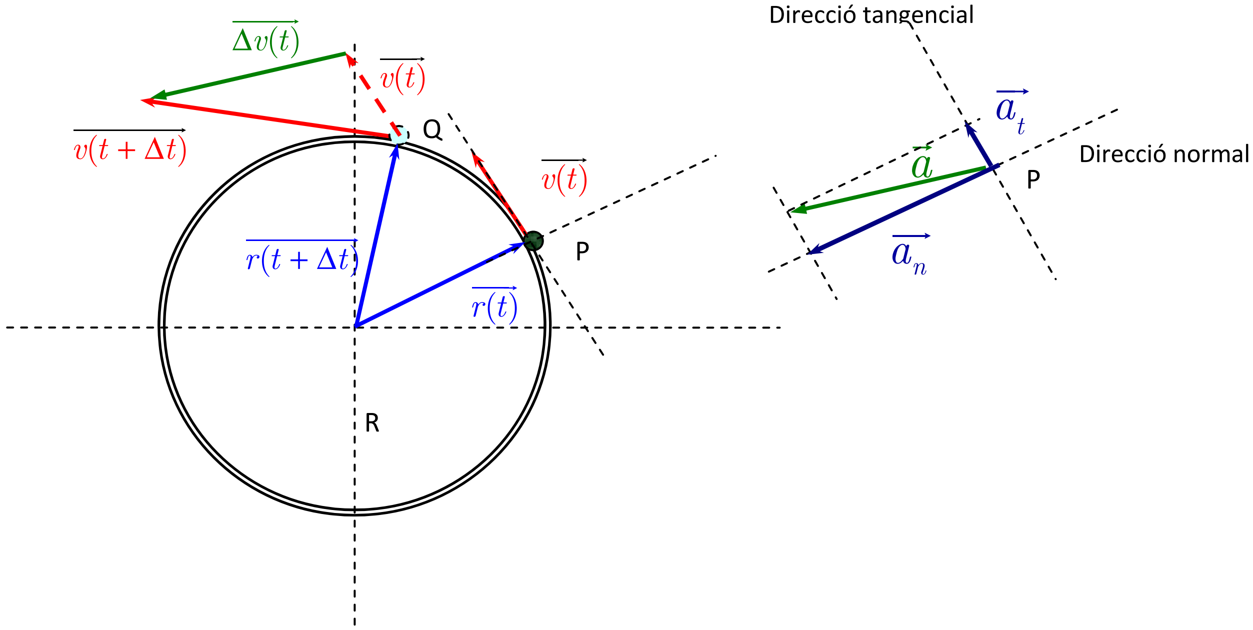


Podem escriure llavors: $\overrightarrow{a(t)} = \left(R\cdot\alpha\right)\cdot\hat{\tau} + \left(\frac{v^2}{R}\right)\cdot\hat{n}$

Quan $\Delta t \rightarrow 0$ el punt Q tendeix al punt P , $\vec{a} = \lim_{\Delta t\rightarrow 0}\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$

la direcció del vector $\overrightarrow{\Delta v}$ ens dona la direcció del vector acceleració.

Si aquest el descomponem en les direccions tangencial i normal, ens dóna les components intrínseques del vector acceleració.



Per tant podem afirmar que els canvis en mòdul del vector velocitat venen donats per la component tangencial del vector velocitat anomenada ***acceleració tangencial***

$$a_t = R \cdot \alpha$$

i els canvis en direcció del vector velocitat venen donats per la component normal del vector acceleració , anomenada ***acceleració normal o centrípeta***:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

$$\boxed{\overrightarrow{a(t)} = a_t \cdot \hat{\tau} + a_n \cdot \hat{n}}$$

Problemes proposats

2.1 .- Un cos es manté en posició mitjançant un cable al llarg d'un pla inclinat.

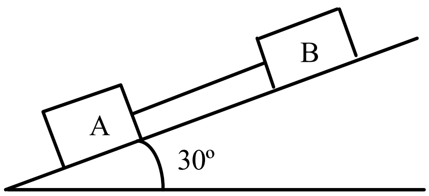
a) Si l'angle del pla son 60º i la massa del cos es de 50 Kg, determineu la tensió del cable i la força normal efectuada per el pla inclinat.
b) Determineu la tensió en funció de l'angle i la massa i comprovar el resultat per 0º i 90º.

2.2- Sobre un pla inclinat 30º es col·loca un cos de 100 g de massa amb un coeficient dinàmic de fregament de 0.4.
Determineu:

a) La força que provoca el lliscament.
b) L'acceleració del cos
c) La velocitat als 5 s d'iniciat el moviment.
d) L'espai recorregut en aquest temps.

2.3.- Un cos A té una massa de 2 Kg i està unit per una corda inextensible i sense pes a un cos B de 1 Kg de massa. Si el coeficient de fregament entre el cos A i el pla es 0.2 i entre el cos B i el pla es de 0.3.
Detemineu:

a) L'acceleració dels cossos.
b) La tensió de la corda.



2.4.- Un cotxe de 1000 Kg de massa marxa a 108 Km/h. Sabent que el coeficient de fregament entre els pneumàtics i la carretera és 0.3.
Determineu:

a) La força màxima de frenat eficaç.
b) L'acceleració corresponent i la distancia recorreguda durant la frenada fins aturar-se.
c) El radi mínim de la corba que pugés agafar sense peraltar i sense derrapar.
d) El peralt necessari per què no derrapi en una corba de 100 m de radi.

2.5.- Per arrossegar un cos de 100 Kg per un terreny horitzontal s'utilitza una força constant igual a la dècima part del seu pes i formant un angle de 45º amb l'horitzontal.
Determineu:

a) El treball realitzat en un recorregut de 100 m.
b) Si aquest treball s'ha realitzat en 11 min i 49 s, Quina potencia s'haurà desenvolupat?.

2.6.- Demostrar que el treball realitzat per aixecar un cos a una alçada h utilitzant un pla inclinat sense fregament es el mateix que al aixecar-lo verticalment a aquesta alçada.

2.7.- El motor d'un aeroplà, mentre gira a 300 r.p.m., s'accelera bruscament durant 3 s, adquirint una velocitat de 2400 r.p.m.. Suposeu l'acceleració constant i trobeu la velocitat angular mitja i l'angle total girat durant els 3 s.

2.8.- Un tocadiscs que gira a 33 r.p.m. es desconnecta. Es frena amb acceleració angular constant i queda parat en 2 minuts.

a) Determineu l'acceleració angular.
b) Quina és la velocitat angular mitja del tocadiscs ?.
c) Quantes voltes dona abans de parar-se ?.

2.9.- Un ciclista inicialment en repòs pedaleja de manera que les rodes de la bicicleta girin amb acceleració angular constant. Passats 10 s les rodes han fet 5 voltes.

a) Quina és l'acceleració angular de les rodes ?
b) Quina és la seva velocitat angular després dels 10 s ?
c) Si el radi de la roda és de 36 cm i roda sense lliscar, quina distància haurà recorregut el ciclista ?.

2.10.- En un parc d'atraccions els participants es mantenen contra les parets d'un cilindre rotatori mentre el terra s'enfonsa.
Si el radi del cilindre es de 3m, determineu el nombre mínim de revolucions per minut necessàries si el coeficient de fricció entre els participants i la paret es de 0.4.

2.11.- Una caixa amb una massa de 25 Kg està en repòs sobre una taula en moviment circular a 4 m del centre. Si el coeficient de fricció és de 0.34,
Determineu:

a) La força de fregament màxima,
b) La velocitat angular per la que comença a lliscar la caixa
c) La velocitat lineal de la caixa en aquell moment.

2.12.- Fem girar una galleda amb aigua en cercles verticals.
Determineu la velocitat angular mínima amb la que ha de girar per no vessar-se aigua. Radi del cercle 1 m.

2.13.- Subjectem un cos de massa m a una corda lleugera enrotllada sobre una roda de moment d'inèrcia I i radi R. La roda gira sense fricció i la corda no llisca.
Trobeu la tensió de la corda i l'acceleració del cos.

2.14.- Una corda s'enrotlla al voltant d'un cilindre de 3 Kg i radi 10 cm que pot girar al voltant del seu eix. Estirem de la corda amb una força de 15 N. El cilindre està inicialment en repòs per t=0 s.

a) Determineu el moment de la força que fa la corda i l'acceleració angular del cilindre.
b) Determineu la velocitat angular del cilindre a t = 4 s.

2.15- Un motor de cotxe subministra un parell de rotació de 380 N·m a 3200 r.p.m.. Quina és la potència de sortida del motor ?.

2.16.- Un disc homogeni pot girar al voltant del seu eix de simetria. El disc passa del repòs a 90 rpm en 10 s. La seva massa és de 25 Kg i el seu diàmetre 1 m.

Determineu:

a) La força constant que produeix aquest moviment si s'aplica a la perifèria del disc durant els 10 s.

b) L'energia cinètica del disc quan gira a 90 r.p.m.

c) Quan va girant a aquesta velocitat s'acobla a ell un altre disc coaxial de 50 Kg i 50 cm de diàmetre inicialment en repòs. Determineu la velocitat angular del conjunt.

Solucions problemes proposats

2.1 a) $T = 424.35\ N$; $N = 245\ N$

b) $T = M \cdot g \cdot \sin\alpha$

2..2 a) $F = 0.15\ N$

b) $a = 1.5\ m/s^2$

c) $v(5) = 7.5\ m/s$

d) $s(5) = 18.7\ m$

2.3 a) $a = 2.91\ m/s^2$

b) $T = 0.57\ N$

2.4 a) $3000\ N$

b) $a = 3\ m/s^2$; $s = 150\ m$

c) $R_{min} = 300\ m$

d) $\alpha = 25.2º$

2.5 a) $W = 6929.6\ J$

b) $P = 9.8\ W$

2.7 $\omega = 141.75\ {rad}/{s}$; $\theta = 425.25\ rad = 67.5\ voltes$

2.8 a) $\alpha = 0.03\ {rad}/{s^2}$

b) $\omega_M = 1.7\ {rad}/{s}$

c) $\theta = 32.5\ voltes$

2.9 a) $\alpha = 0.628\ {}^{rad}\!/_{s^2}$

b) $\omega(10) = 6.28\ {}^{rad}\!/_{s}$

c) s = 113.1 *m*

2.10 $\omega = 27.5\ r.p.m.$

2.11 a) 83.3 *N*

b) 0.912 *rad/s*

c) 3.65 *m/s*

2.12 3.1 rad/s

2.13 $T = \dfrac{M}{1 + \dfrac{MR^2}{I}} \cdot g$; $a = \dfrac{MR^2}{I + MR^2} \cdot g$

2.14 a) $N = 1.5\ N$; $\alpha = 100\ {}^{rad}\!/_{s^2}$

b) $\omega(4) = 400\ {}^{rad}\!/_{s}$

2.15 127680 *W*

2.16 a) 5.9 *N*

b) 138.8 *J*

c) $2\pi\ {}^{rad}\!/_{s}$